第11期 电 子 学 报 Vol. 44 No. 11
2016年11月 ACTA ELECTRONICA SINICA Nov. 2016

区间信度结构下的证据合成方法研究

孙伟超[1],许爱强[2],李文海[2]
(1. 海军航空工程学院研究生管理大队,山东烟台 264001;2. 海军航空工程学院飞行器检测与应用研究所,山东烟台 264001)

摘 要: 在使用证据理论进行数据融合的过程中,有时精确的信度结构很难获得,此时需要对区间信度进行合成. 本文分析了在DST和DSmT框架下的区间证据合成问题,对目前使用的方法进行了简要的回顾. 通过对优化方法进行研究,提出了4种应用于区间信度组合的优化方法. CDI1~CDI4方法都可应用于DST和DSmT框架,对不精确,不确定以及冲突的信息进行合成,合成结果准确度逐步提高. 文章最后给出了算例验证,并与其他区间信度合成方法的进行对比.

关键词: 区间信度结构; DSmT理论; 证据组合规则
中图分类号: TP182 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2016)11-2726-09
电子学报URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.11.023

Approaches for Combination of Interval-Valued Belief Structures

SUN Wei-chao[1], XU Ai-qiang[2], LI Wen-hai[2]
(1. *Graduate Management Unit, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, Shandong* 264001, *China*;
2. *Automatic Test Equipment Laboratory, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, Shandong* 264001, *China*)

Abstract: In the process of data fusion with evidence theory, precise belief structures required in original evidence theory are not always available. At this point, approaches for combination of interval-valued belief structures is needed. Existing approaches in DST and DSmT framework are reviewed, examined and analyzed. The paper proposed four version of CDI (Distribution Conflict of Interval-valued belief structures) for combination of evidence. CDI1~CDI4 are all fit for DST and DSmT framework. The approaches can deal with imprecise and uncertain information. The accuracy of combination result from CDI1~4 improves gradually. Numerical examples and comparison of results of existing approaches for interval-valued belief structure are provided throughout the paper.

Key words: interval-valued belief structures; Dezert-Smarandache theory (DSmT); rules of evidence combination

1 引言

信息的不完整和信息的缺失,会造成信息的不确定性. 区间信度结构通过利用区间数来为辨识框架上的元素赋值,可以有效地表现不确定性信息. 但是在证据组合的过程中,经典的证据理论需要精确的置信度与置信结构,面对区间信度结构,经典的证据组合规则无法使用. 为了拓展证据理论的使用领域,近年来,国内外许多学者展开了区间证据合成方法的研究.

E. S. Lee和Q. Zhu[1]最早对区间证据合成方法进行了研究,定义了广义加与广义乘两种区间基本运算,并基于此给出区间证据合成公式. Denœux[2,3]构建了二次规划模型以单值形式合成区间证据,从而取代之前方法中采用的区间算术方法,同时给出了区间证据有效性准则和正规化准则. 以上两种方法仅局限于Smets提出的可传递信度模型(TBM)框架[4]下的单元区间信息的组合. Wang等[5]对Den!!ux方法进行改进,在DST框架下提出区间证据组合最优化方法. 针对Wang方法在冲突证据合成时可能出现的失效问题,陈圣明[6]通过相对权重对证据进行修改. 康兵义[7]等提出了一种区间信度赋值产生方法. F. Smarandache和J. Dezert[8]给出了在DSmT框架下不精确信度融合方法.

到目前为止,大部分区间证据合成方法产生于TBM框架和DST框架,应用范围有限,而目前应用在DSmT框架下的方法由于基于集合运算思想,导致结果是次优的. 因此,证据理论中的区间信度组合问题仍没

收稿日期:2015-02-23;修回日期:2015-08-13;责任编辑:蓝红杰
基金项目:总装预研基金(No. 6140A27020212JB14311)

有完全解决. 本文将首先对证据理论做简要介绍,在对 F. Smarandache 和 J. Dezert 提出的不精确信度融合方法进行分析的基础上,研究如何对区间组合问题进行优化,提出新的区间信度组合方法.

2　证据理论概述

Dempster-Shafer 理论[9](D-S 理论)采用集合表达命题. 对于需要判决的问题,由所有可能答案组成的集合 Θ 表示. $\Theta=\{\theta_0,\theta_1,\cdots\theta_n\}$ 作为该融合问题的辨识框架,含有 n 个完备且相互排斥的命题 θ_i.

设由具有相同辨识框架 Θ 的两个独立证据源 S_1 和 S_2 给出的基本信度赋值分别为 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$, Dempster 提出了一种合成方法,用正交和对 $m_1(\cdot)$, $m_2(\cdot)$ 进行组合 $m(\cdot)\triangleq[m_1\oplus m_2](\cdot)$,具体表示为:

$$\begin{cases} m(\varnothing)=0 \\ m(A)=\dfrac{\sum\limits_{X,Y\in 2^{\Theta},X\cap Y=A} m_1(X)m_2(Y)}{1-\sum\limits_{X,Y\in 2^{\Theta},X\cap Y=\varnothing} m_1(X)m_2(Y)}, \quad A\in 2^{\Theta}, \quad A\neq\varnothing \end{cases}$$

证据源 S_1 和 S_2 的冲突度表示为: $k_{12}\triangleq\sum\limits_{X,Y\in 2^{\Theta},X\cap Y=\varnothing} m_1(X)m_2(Y)$. Dempster 组合规则可以直接扩展为 N 个独立等可靠信息源的组合规则[9].

Dempster 组合规则在合成不确定信息方面有广泛的应用,但也存在一些缺点与局限性. 表现在其缺乏完整的理论证明,且在面对高冲突情况时失效等方面. 为了克服 Dempster 组合规则的局限性,有许多学者在 Shafer 模型下提出了新的组合规则. 其中包括析取规则[10,11], Murphy 组合规则[12], Smets 组合规则[13], Yager 组合规则[14], Dubios-Prade 组合规则[15]等. Smets 在文献[11]中对这些组合规则进行了比较分析, Leferve 等[16]提出了统一框架,将这些规则以相同的组合机制纳入到框架中.

Dezert-Smarandache Theory (DSmT)[17]可以看作是经典 D-S 理论的推广,但它们又存在着重要的差异. DSmT 可以不受 DST 框架限制,处理不确定,高冲突和不精确证据源的静态或动态融合问题.

当使用自由 DSm 模型 $\mu^f(\Theta)$ 解决证据合成问题时,两个独立证据源 S_1 和 S_2 的经典 DSm 组合规则定义为: $m_{\mu^f(\Theta)}(\cdot)\triangleq[m_1\oplus m_2](\cdot)$,具体表示为: $m_{\mu^f(\Theta)}(A)=\sum\limits_{X,Y\in D^{\Theta},X\cap Y=A} m_1(X)m_2(Y)$, $A\in D^{\Theta}$. 而在处理带有约束条件的证据合成问题时,需要使用混合 DSm 模型进行表述,两个独立证据源 S_1 和 S_2 的混合 *DSm* 组合规则定义为:

$$\begin{aligned} m_{\mu(\Theta)}(A)\triangleq\varnothing(A)\Big[&\sum_{\substack{X,Y\in D^{\Theta},\\ X\cap Y=A}} m_1(X)m_2(Y) \\ &+\sum_{\substack{X,Y\in D^{\Theta},\\ [u(X)\cup u(Y)=A]\vee[(u(X)\cup u(Y)\in\varnothing)\wedge(A=I_t)]}} m_1(X)m_2(Y) \\ &+\sum_{\substack{X,Y\in D^{\Theta},\\ (X\cup Y)=A,X\cap Y=\varnothing}} m_1(X)m_2(Y)\Big] \end{aligned}$$

式中,第一个和式对应信度赋值 $m_{\mu^f(\Theta)}(A)$,由经典 DSm 组合规则获得;第二个和式将所有对绝对和相对空集的信度赋值,传递到完全或相对未知集上;第三个和式将相对空集的信度赋值传递给非空集合上[18].

混合 DSm 组合规则是经典 DSm 组合规则的广义化,在处理具有精确广义基本信度赋值的问题时,该规则可以用于任何模型,包括自由 DSm 模型, Shafer 模型以及任何其他的混合模型[18]. 除此之外,比例冲突重分配规则(PCR 规则)[19,20]也可用于任何模型. 目前 PCR 规则有共6 个版本[21,22],其区别也在于对冲突质量的重新分配方式.

3　目前存在的区间证据合成方法

目前,面对区间信度结构 IBS(Interval-valued Belief Structures)上的证据合成问题,在 DST 框架下,上文提到的 Lee 和 Zhu、Denœux、Yager、Wang 等人都给出了自己的合成方法,在文献[5]中有以上各方法的对比分析,本文不再赘述;在 DSmT 框架下, Smarandache 和 Dezert 将精确信度结构上定义的 DSm 组合规则扩展到区间信度结构上. 用 $m^I_{\mu(\Theta)}(A)$ 和 $m^I_{\mu^f(\Theta)}(A)$ 来表示用于区间的 DSm 组合规则得到的结果. 在进行区间证据合成时,对于所有的 $A\in D^{\Theta}$,混合 DSm 组合规则表示如下:

$$m_{\mu(\Theta)}{}^{-}(A)\triangleq\varphi(A)[S_1^{\inf}(A)+S_2^{\inf}(A)+S_3^{\inf}(A)].$$

式中,
$$S_1^{\inf}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in D^{\Theta}\\ (X_1\cap X_2\cap\cdots\cap X_k)=A}}\prod_{i=1}^{k}\inf(m_i^I(X_i)),$$

$$S_2^{\inf}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in\varnothing\\ [u=A]\vee[(u\in\varnothing)\wedge(A=I_t)]}}\prod_{i=1}^{k}\inf(m_i^I(X_i)),$$

$$S_3^{\inf}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in D^{\Theta}\\ (X_1\cap X_2\cap\cdots\cap X_k)=\varnothing\\ (X_1\cup X_2\cup\cdots\cup X_k)=A}}\prod_{i=1}^{k}\inf(m_i^I(X_i)).$$

以及, $m^I_{\mu(\Theta)}{}^{+}(A)\triangleq\varphi(A)[S_1^{\sup}(A)+S_2^{\sup}(A)+S_3^{\sup}(A)]$

式中,
$$S_1^{\sup}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in D^{\Theta}\\ (X_1\cap X_2\cap\cdots\cap X_k)=A}}\prod_{i=1}^{k}\sup(m_i^I(X_i)),$$

$$S_2^{\sup}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in\varnothing\\ [u=A]\vee[(u\in\varnothing)\wedge(A=I_t)]}}\prod_{i=1}^{k}\sup(m_i^I(X_i)),$$

$$S_3^{\sup}(A)=\sum_{\substack{X_1,X_2,\cdots X_k\in D^{\Theta}\\ (X_1\cap X_2\cap\cdots\cap X_k)=\varnothing\\ (X_1\cup X_2\cup\cdots\cup X_k)=A}}\prod_{i=1}^{k}\sup(m_i^I(X_i)).$$

根据以上两个公式,可以得到最后区间合成结果为: $m^I_{\mu(\Theta)}(A)=[m^I_{\mu(\Theta)}{}^{-}(A), m^I_{\mu(\Theta)}{}^{+}(A)]$. 当在自由

DSm 模型下使用经典 DSm 组合规则,则最后合成区间的边界直接由 $S_1^{\inf}(A)$ 和 $S_1^{\sup}(A)$ 给出,即 $m_{\mu^I(\Theta)}^I(A)=[S_1^{\inf}(A),S_1^{\sup}(A)]$.

4 区间信度融合方法

针对以上问题,本文通过对 PCR 规则进行分析,认可其将冲突质量重新进行分配的思想;同时,考虑到区间运算对区间基本信度赋值两端点进行运算,会割裂其内在联系,造成结果误差,故本文使用最优化方法替代区间运算,提出 4 种广义幂集框架下的区间基本信度赋值(ibba)合成方法.将其称为 CDI(Conflict Distribution of Interval-valued belief structure for combination)方法.

定义 1 设 $\Theta=\{\theta_0,\theta_1,\cdots\theta_n\}$ 为辨识框架,$X_i(i=1,2,\cdots,g)$ 为辨识框架 Θ 上的焦元,区间值 $[a_i,b_i]\subseteq[0,1]$,则 Θ 上的区间基本信度赋值 $m(\cdot)$ 是有效的,须满足条件如下:

(1) $a_i\leqslant m(X_i)\leqslant b_i$;

(2) $\sum_{i=1}^{n}a_i\leqslant 1,\sum_{i=1}^{n}b_i\geqslant 1$;

(3) $m(X)=0,X\notin\{X_1,X_2,\cdots X_g\}$.

如果 $\sum_{i=1}^{n}a_i>1$ 或 $\sum_{i=1}^{n}b_i<1$,则 $m(\cdot)$ 无效.无效的区间基本信度赋值需要进行修改或调整才可参与合成.

定义 2 $m(\cdot)$ 是一个有效的区间基本信度赋值,$a_i\leqslant m(X_i)\leqslant b_i,i=1,2,\cdots,g$,如果 a_i 和 b_i 满足:$\sum_{j=1}^{n}b_j-(b_i-a_i)\geqslant 1$ 且 $\sum_{j=1}^{n}a_j+(b_i-a_i)\leqslant 1$,则称 $m(\cdot)$ 是正规化的.

定义 3 设 $\Theta=\{\theta_0,\theta_1,\cdots\theta_n\}$ 为辨识框架,它的广义幂集 $G(G=2^{\Theta}$ 或 $G=D^{\Theta})$ 下,存在 n 个独立的证据源 $\beta_1,\beta_2,\cdots\beta_n$ 以及它们定义在 G 上的区间基本信度赋值 $m_1(\cdot),m_2(\cdot),\cdots,m_n(\cdot)$,则区间信度质量矩阵为:

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1g}\\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2g}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{ng}\end{bmatrix}.$$

式中,$g=|G|$ 表示广义幂集 G 的维数.证据源 β_i 给焦元 $A_j\in G$ 分配的区间基本信度赋值对任意的 $1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant j\leqslant g$,有 $m_{ij}\subseteq[0,1]$.区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 描述了所有可用信息.

定义 4 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$ 是广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i),1\leqslant i\leqslant g,m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j),1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI 方法合成后的区间基本信度赋值表示为:

$$m_{\mathrm{CDI}}(X)=[(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI}}^-(X),(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI}}^+(X)].$$

定义 5 $m_1(\cdot),m_2(\cdot),\cdots,m_n(\cdot)$ 为 n 个广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j),1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI 方法合成后的区间基本信度赋值表示为:$m_{\mathrm{CDI}}(X)=[(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI}}^-(X),(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI}}^+(X)]$.

4.1 CDI1 方法

当进行两个区间证据合成时,CDI1 方法定义如下:

定义 6 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$ 是广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i),1\leqslant i\leqslant g,m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j),1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI1 方法合成后的区间基本信度赋值由如下优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI1}}(X)]=\sum_{\substack{X_i,X_j\in G\\ X_i\cap X_j=X}}m_1(X_i)m_2(X_j)+\frac{c_{12}(X)}{d_{12}}\cdot k_{12},$$

$$\text{s.t.}\sum_{i=1}^{g}m_1(X_i)=1,\sum_{j=1}^{g}m_2(X_j)=1,$$

$$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i),i=1,2,\cdots g,$$

$$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j),j=1,2,\cdots g.$$

式中,$c_{12}(X)$ 表示区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中焦元 X 所对应的列和,即 $c_{12}(X)=m_1(X)+m_2(X)$;d_{12} 表示 M 中所有合成结果为非零的焦元所对应的列和;k_{12} 表示总的冲突质量,为 $\sum_{\substack{X_i,X_j\in G\\ X_i\cap X_j=\varnothing}}m_1(X_i)m_2(X_j)$.

当进行多个区间证据合成时,CDI1 方法定义如下:

定义 7 $m_1(\cdot),m_2(\cdot),\cdots,m_n(\cdot)$ 为 n 个广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j),1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI 方法合成后的区间基本信度赋值由下面优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI1}}(X)]$$

$$=\sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jn}\in G\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jn}=X}}\prod_{i=1}^{n}m_i(X_{ji})+\frac{c_{12\cdots n}(X)}{d_{12\cdots n}}\cdot k_{12\cdots n},$$

$$\text{s.t.}\sum_{j=1}^{g}m_i(X_j)=1,\ m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j),$$

$$j=1,2,\cdots g,\text{对于}\forall i=1,2,\cdots n.$$

式中,$c_{12\cdots n}(X)$ 表示区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中焦元 X 所对应的列和,即 $c_{12\cdots n}(X)=m_1(X)+m_2(X)+\cdots+m_n(X)$;$d_{12\cdots n}$ 表示 $\boldsymbol{M}$ 中所有合成结果为非零的焦元所对应的列和;$k_{12\cdots n}$ 表示总的冲突质量,为 $\sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jn}\in G\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jn}=\varnothing}}\prod_{i=1}^{n}m_i(X_{ji})$.

4.2 CDI2 方法

在 CDI1 方法中,冲突质量 k 在所有的非零焦元间进行分配;而在 CDI2 方法中,冲突质量 k 只在引起冲突的这部分焦元间按比例进行分配.

当进行两个区间证据合成时,CDI2 方法定义如下:

定义 8 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$ 是广义幂集 G 下的区间

基本信度赋值,满足:$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i)$,$1\leqslant i\leqslant g$,$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j)$,$1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI2 方法合成后的区间基本信度赋值由下面的优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI2}}(X)] = \sum_{\substack{X_i,X_j\in G\\ X_i\cap X_j=X}} m_1(X_i)m_2(X_j) + C(X)\frac{c_{12}(X)}{e_{12}}\cdot k_{12},$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{g} m_1(X_i)=1,\ \sum_{j=1}^{g} m_2(X_j)=1,$$

$$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i),\ i=1,2,\cdots g,$$

$$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j),\ j=1,2,\cdots g.$$

式中,$C(X)$是 X 的特征函数,当焦元 X 与冲突有关时 $C(X)=1$,否则,$C(X)=0$;$c_{12}(X)$表示区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中焦元 X 所对应的列和,即 $c_{12}(X)=m_1(X)+m_2(X)$;e_{12}表示 $\boldsymbol{M}$ 中与冲突有关的非零焦元所对应的列和;k_{12}表示总的冲突质量,为 $\sum_{\substack{X_i,X_j\in G\\ X_i\cap X_j=\varnothing}} m_1(X_i)m_2(X_j)$.

当进行多个区间证据合成时,CDI2 方法定义如下:

定义 9　$m_1(\cdot),m_2(\cdot),\cdots,m_n(\cdot)$为 n 个广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j)$,$1\leqslant i\leqslant n$,$1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI2 方法合成后的区间基本信度赋值由下面的优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI2}}(X)] = \sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jn}\in G\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jn}=X}} \prod_{i=1}^{n} m_i(X_{ji}) + C(X)\frac{c_{12\cdots n}(X)}{e_{12\cdots n}}\cdot k_{12\cdots n}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{g} m_i(X_j)=1,\ m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j),$$

$$j=1,2,\cdots g,\ \text{对于}\ \forall i=1,2,\cdots n.$$

式中,$C(X)$定义同上;$c_{12\cdots n}(X)$表示区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中焦元 X 所对应的列和,即 $c_{12\cdots n}(X)=m_1(X)+m_2(X)+\cdots+m_n(X)$;$e_{12\cdots n}$表示 $\boldsymbol{M}$ 中与冲突有关的非零焦元所对应的列和;$k_{12\cdots n}$ 表示总的冲突质量,为 $\sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jn}\in G\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jn}=\varnothing}} \prod_{i=1}^{n} m_i(X_{ji})$.

4.3　CDI3 方法

在 CDI1 和 CDI2 方法中,都是直接对总冲突质量 k 在相关焦元中进行分配,而 CDI3 方法将构成 k 的各部分冲突质量分别在与之相关的焦元间进行重新分配. 当模型中交集为空,$m(A\cap B)$作为部分冲突质量只在非空焦元 A 和 B 之间,根据焦元 A 和 B 在区间信度矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中所对应的列和的比例进行分配. 此时,如果焦元 A 和 B 为空集或其所对应的列和为 0,则质量 $m(A\cap B)$ 根据析取规则转移到非空集合 $u(A)\cup u(B)$上;如果 $u(A)\cup u(B)$也为空,则质量 $m(A\cap B)$转移到辨识框架 $\boldsymbol{\Theta}$ 上.

当进行两个区间证据合成时,CDI3 方法定义如下:

定义 10　$m_1(\cdot)$和 $m_2(\cdot)$是广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i)$,$1\leqslant i\leqslant g$,$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j)$,$1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI3 方法合成后的区间基本信度赋值由下面优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI3}}(X)] = \sum_{\substack{X_i,X_j\in G\\ X_i\cap X_j=X}} m_1(X_i)m_2(X_j)$$

$$+ \sum_{\substack{X,Y\in G\\ Y\cap X=\varnothing}} \frac{c_{12}(X)}{c_{12}(X)+c_{12}(Y)}\cdot[m_1(Y)m_2(X)+m_1(X)m_2(Y)]$$

$$+ \sum_{\substack{X_i,X_j\in G\setminus\{X\}\\ X_i\cap X_j=\varnothing\\ u(X_i)\cup u(X_j)=X}} m_1(X_i)m_2(X_j) + \Phi(X)\sum_{\substack{X_i,X_j\in G\setminus\{X\}\\ X_i\cap X_j=\varnothing\\ u(X_i)=u(X_j)=\varnothing}} m_1(X_i)m_2(X_j),$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{g} m_1(X_i)=1,\ \sum_{j=1}^{g} m_2(X_j)=1,$$

$$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i),\ i=1,2,\cdots g,$$

$$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j),\ j=1,2,\cdots g,$$

$$c_{12}(X)+c_{12}(Y)\neq 0,\ Y\in G\setminus\{X\},\ X\cap Y=\varnothing.$$

式中,$c_{12}(X)$表示区间信度质量矩阵 M 中焦元 X 所对应的列和,即 $c_{12}(X)=m_1(X)+m_2(X)$;$\boldsymbol{\Phi}(X)$是关于焦元 X 的特征函数,若 $X=\theta_1\cup\theta_2\cup\cdots\cup\theta_n$,则 $\boldsymbol{\Phi}(X)=1$,否则 $\boldsymbol{\Phi}(X)=0$.

当进行多个区间证据合成时,CDI3 方法定义如下:

定义 11　$m_1(\cdot),m_2(\cdot),\cdots,m_n(\cdot)$为 n 个广义幂集 G 下的区间基本信度赋值,满足:$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j)$,$1\leqslant i\leqslant n$,$1\leqslant j\leqslant g$,则通过 CDI3 方法合成后的区间基本信度赋值由如下优化模型给出:

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI3}}(X)] = m_{12\cdots n}(X) + \sum_{k=1}^{n-1} S_1^{\mathrm{CDI3}}(X,k) + \sum_{k=1}^{n} S_2^{\mathrm{CDI3}}(X,k) + \boldsymbol{\Phi}(X)\cdot\sum_{k=1}^{n} S_3^{\mathrm{CDI3}}(X,k),$$

式中:$m_{12\cdots n}(X)=\sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jn}\in G\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jn}=X}} \prod_{i=1}^{n} m_i(X_{ji})$,

$$S_1^{\mathrm{CDI3}}(X,k) = \sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jk}\in G\setminus\{X\}\\ X\cap X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jk}=\varnothing}} \frac{c_{12\cdots n}(X)}{c_{12\cdots n}(X)+\sum_{l=1}^{n-1} c_{12\cdots n}(X_{jl})} \cdot m_{12\cdots n}(X\cap X_{j1}\cap\cdots\cap X_{jk}),$$

$$S_2^{\mathrm{CDI3}}(X,k) = \sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jk}\in G\setminus\{X\}\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jk}=\varnothing\\ u(X_{j1})\cup u(X_{j2})\cup\cdots\cup u(X_{jk})}} m_{12\cdots k}(X_{j1}\cap\cdots\cap X_{jk}),$$

$$S_3^{\mathrm{CDI3}}(X,k) = \sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jk}\in G\setminus\{X\}\\ X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jk}=\varnothing\\ u(X_{j1})=u(X_{j2})=\cdots=u(X_{jk})=\varnothing}} m_{12\cdots k}(X_{j1}\cap\cdots\cap X_{jk}),$$

s.t. $\sum_{j=1}^{g} m_i(X_j)=1$,$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j)$,$j=1,2,\cdots g$,对于 $\forall i=1,2,\cdots n$.

$$c_{12\cdots n}(X)+\sum_{l=1}^{n-1}c_{12\cdots n}(X_{jl})\neq 0, X_{jl}\in G\backslash\{X\},$$
$$X\cap(\bigcap_{l=1}^{n-1}X_{jl})=\varnothing, l=1,2,\cdots n-1.$$

$c_{12\cdots n}(X)$表示区间信度质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 中焦元 X 所对应的列和，即 $c_{12\cdots n}(X)=m_1(X)+m_2(X)+\cdots+m_n(X)$；$\Phi(X)$是关于焦元 X 的特征函数，若 $X=\theta_1\cup\theta_2\cup\cdots\cup\theta_n$，则 $\Phi(X)=1$，否则 $\Phi(X)=0$.

在上式中，$S_2^{\mathrm{CDI2}}(X,k)$表示出当涉及冲突的焦元 X_{j1}，X_{j2}，…，X_{jk}变为空集或其对应列和为 0 时，其对应的部分冲突质量由交集 $X_{j1}\cap\cdots\cap X_{jk}$转移到 $u(X_{j1})\cup u(X_{j2})\cup\cdots u(X_{jk})$；$S_3^{\mathrm{CDI3}}(X,k)$表示出当 $u(X_{j1})\cup u(X_{j2})\cup\cdots u(X_{jk})$也为空集时，冲突质量转移到辨识框架 Θ 上的过程.

4.4 CDI4 方法

CDI4 方法将之前 CDI3 方法分配所用的部分冲突质量进一步细分，以此获得更为精确的结果. 例如，在辨识框架 $\Theta=\{A,B\}$上，两条证据给出区间基本信度赋值 m_1 和 m_2. 与之前方法对冲突质量 $m(A\cap B)$进行重分配不同，CDI4 方法对 $m(A\cap B)$又进一步细分为 $m_1(A)m_2(B)$与 $m_1(B)m_2(A)$. 其中，冲突质量 $m_1(A)m_2(B)$将按 $m_1(A)$和 $m_2(B)$给出的比例在焦元 A 和 B 间进行分配，同样，冲突质量 $m_1(B)m_2(A)$将按 $m_1(B)$和 $m_2(A)$给出的比例进行重分配.

两个区间证据合成时，CDI4 方法定义如下：

定义 12 $m_1(\cdot)$和 $m_2(\cdot)$是广义幂集 G 下的区间基本信度赋值，满足：$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i)$，$1\leqslant i\leqslant g$，$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j)$，$1\leqslant j\leqslant g$，则通过 CDI4 方法合成后的区间基本信度赋值由如下优化模型给出：

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2)_{\mathrm{CDI4}}(X)]=m_{12}(X)+\sum_{\substack{Y\in G\backslash\{X\}\\ Y\cap X=\varnothing}}\left[\frac{m_1(X)^2m_2(Y)}{m_1(X)+m_2(Y)}+\frac{m_2(X)^2m_1(Y)}{m_2(X)+m_1(Y)}\right]$$
$$\text{s.t.}\sum_{i=1}^{g}m_1(X_i)=1,\sum_{j=1}^{g}m_2(X_j)=1,$$
$$m_1^-(X_i)\leqslant m_1(X_i)\leqslant m_1^+(X_i), i=1,2,\cdots g,$$
$$m_2^-(X_j)\leqslant m_2(X_j)\leqslant m_2^+(X_j), j=1,2,\cdots g.$$

多个区间证据合成时，CDI4 方法定义如下：

定义 13 $m_1(\cdot)$，$m_2(\cdot)$，…，$m_n(\cdot)$为 n 个广义幂集 G 下的区间基本信度赋值，满足：$m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j)$，$1\leqslant i\leqslant n$，$1\leqslant j\leqslant g$，则通过 CDI4 方法合成后的区间基本信度赋值由如下优化模型给出：

$$\max/\min[(m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_n)_{\mathrm{CDI4}}(X)]=m_{12\cdots n}(X)+\sum_{\substack{X_{j1},X_{j2},\cdots,X_{jt}\in G\backslash\{X\}\\ X\cap X_{j1}\cap X_{j2}\cap\cdots\cap X_{jt}=\varnothing\\ \{j1,j2,\cdots jt\}\in P^{n-1}(\{1,2,\cdots n-1\})}}\sum_{s=1}^{n-1}\frac{[\sum_{k_1=1}^{s}m_{i_{k_1}}(X)]\cdot[\prod_{k_1=1}^{s}m_{i_{k_1}}(X)\prod_{k_2=s+1}^{n}m_{i_{k_2}}(X_{jt})]}{\sum_{k_1=1}^{s}m_{i_{k_1}}(X)+\sum_{k_2=s+1}^{n}m_{i_{k_2}}(X_{jt})}$$
$$\text{s.t.}\sum_{j=1}^{g}m_i(X_j)=1, m_i^-(X_j)\leqslant m_i(X_j)\leqslant m_i^+(X_j), j=1,2,\cdots g,$$

对于$\forall i=1,2,\cdots n$,

式中，$\{i_1,i_2,\cdots i_n\}\in P^n(\{1,2,\cdots n\})$，$P^k(\{1,2,\cdots n\})$表示由$\{1,2,\cdots n\}$中的 k 个元素所组成的集合.

5 算例分析

在本节中，将通过算例对 CDI1 ~4 方法的性质进行验证，并在 Shafer 模型下引入 Wang 方法；在混合 DSm 模型下引入区间 DSm 方法与 CDI 方法进行对比分析.

例 1 在 Shafer 模型下，已知辨识框架为 $\Theta=\{A,B,C\}$，证据的区间基本信度赋值为：

$m_1(A)=[0.00,0.00]$，$m_1(B)=[0.96,1.00]$，$m_1(C)=[0.02,0.04]$；

$m_2(A)=[0.96,1.00]-\varepsilon$，$m_2(B)=[0.00,0.04]+\varepsilon$，$m_2(C)=[0.02,0.04]$.

在证据 m_2 中，令 $\varepsilon=0$，之后以 0.01 间隔步进至 $\varepsilon=0.96$. 此时两证据在焦元 A，B 上的赋值由完全冲突变为相一致. 使用 CDI 各方法与 Wang 方法对证据进行组合，随着证据冲突变化，将涉及冲突的焦元 A，B 合成后的区间信度赋值变化趋势在图 1，图 2 中给出.

图 1 中可以看出，当 $\varepsilon=0$ 时，证据 m_1 和 m_2 完全冲突，CDI 各方法给出 $m(A)$的结果区间中位值都在 0.5 附近；随着 ε 的增加，证据 m_2 为焦元 A 赋值逐渐接近于$[0.00,0.04]$，CDI 各方法所得结果都收敛到 0. 同时可以看出，Wang 方法此时出现了"0 – 信任悖论"，即由于 $m_1(A)=[0.00,0.00]$，所以得到的 $m(A)$始终为 0，无法得到正确的结果. 在图 2 中，当 $\varepsilon=0$，两证据完全冲突时，CDI 各方法给出 $m(B)$的区间中位同样在 0.5 附近；随 $m_2(B)$接近于区间$[0.96,1.00]$，CDI 各方法均收敛到 1. 但 Wang 方法得到的 $m(A)$区间始终偏大. CDI 方法在面对冲突证据时，得到较为合理的结果.

例 2 在上例中，使两证据的区间信度赋值发生少量变化，以此对 CDI 各方法的鲁棒性进行验证. 当 $\varepsilon=1\times10^{-2}$，$\varepsilon=1\times10^{-4}$，$\varepsilon=1\times10^{-6}$，$\varepsilon=1\times10^{-8}$时，各方法所得的合成结果在表 1 中给出.

从表 1 中可以看出，随着证据区间变化幅度的减小，所得到的各焦元结果区间变化随之减小，并趋于稳定. CDI 各方法具有较好的鲁棒性. 在表 1 中，因 CDI1，2 方法得到的结果相同，故同时给出.

例 3 在自由 DSm 模型下，已知辨识框架为 $\Theta=\{A,B\}$，证据的区间基本信度赋值为：

$m_1(A)=[0.50-\eta,0.50+\eta]$，$m_1(B)=[0.30,0.70]$；$m_2(A)=[0.70,0.90]$，$m_2(B)=[0.20,0.40]$. 令 η 以 0.01 间隔从 $\eta=0$ 步进至 $\eta=0.50$，此时信度区间 $m_1(A)$由$[0.50,0.50]$增大至$[0.00,1.00]$，以此对 CDI 方法与区间 DSm 方法在证据区间增大时所得结果的合理性进行验证.

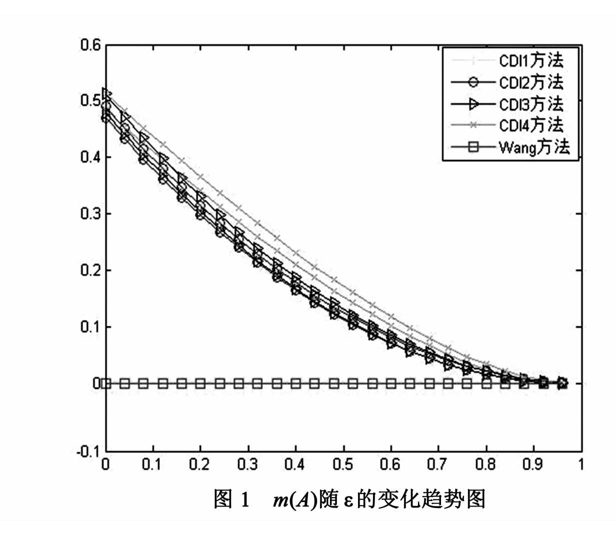


图 1　m(A)随 ε 的变化趋势图

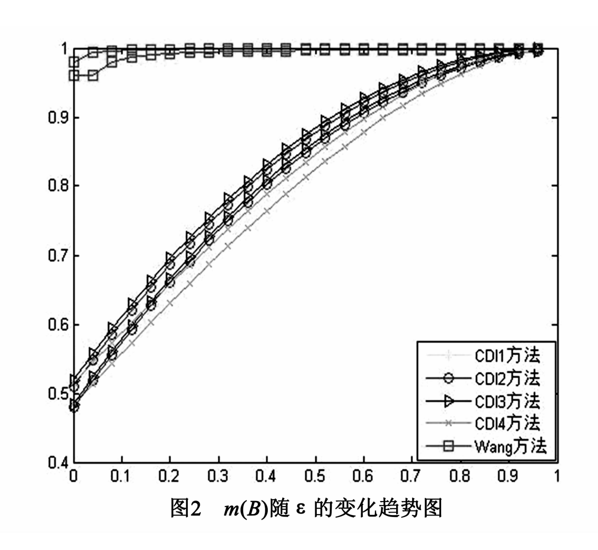


图2　m(B)随 ε 的变化趋势图

表 1　CDI 各方法合成结果

方法	变化量	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$
CDI1,2 方法	$\varepsilon=1\times10^{-2}$	[0.460846,0.480053]	[0.489168,0.519351]	[0.019804,0.041152]
	$\varepsilon=1\times10^{-4}$	[0.470305,0.489706]	[0.479332,0.509698]	[0.019998,0.041532]
	$\varepsilon=1\times10^{-6}$	[0.470399,0.489803]	[0.479233,0.509601]	[0.020000,0.041536]
	$\varepsilon=1\times10^{-8}$	[0.470400,0.489804]	[0.479232,0.509600]	[0.020000,0.041536]
CDI3 方法	$\varepsilon=1\times10^{-2}$	[0.469482,0.502140]	[0.493658,0.528580]	[0.001937,0.007508]
	$\varepsilon=1\times10^{-4}$	[0.479134,0.512087]	[0.483722,0.518929]	[0.001937,0.007508]
	$\varepsilon=1\times10^{-6}$	[0.479231,0.512187]	[0.483622,0.518832]	[0.001937,0.007508]
	$\varepsilon=1\times10^{-8}$	[0.479232,0.512188]	[0.483621,0.518831]	[0.001937,0.007508]
CDI4 方法	$\varepsilon=1\times10^{-2}$	[0.476872,0.505276]	[0.491676,0.521704]	[0.001317,0.004991]
	$\varepsilon=1\times10^{-4}$	[0.484284,0.512836]	[0.484431,0.514332]	[0.001186,0.004676]
	$\varepsilon=1\times10^{-6}$	[0.484358,0.512911]	[0.484359,0.514258]	[0.001184,0.004672]
	$\varepsilon=1\times10^{-8}$	[0.484359,0.512912]	[0.484359,0.514257]	[0.001184,0.004672]

在本例中 CDI1 ~4 方法仅使用合取规则进行计算,所得结果相同,故仅使用 CDI1 方法与区间 DSm 方法进行对比. 同时,区间信度赋值函数在焦元 B 与 $A\cup B$ 上赋值的计算过程与 $m_1(A)$ 无关,仅将焦元 A 与 $A\cap B$ 的合成结果随 $m_1(A)$ 变化趋势在图 3、图 4 中给出.

从图中可以看出,区间 DSm 方法合成的结果区间始终比 CDI 方法更为宽泛. 且随着 $m_1(A)$ 区间增大,区间 DSm 方法得到的区间范围持续增加.

在图 3 中,当 $\eta=0$,即 $m_1(A)$ 退化为单点值 0.5 时,区间 DSm 方法对 $m_2(A)$ 端点值与 0.5 做乘法运算,得到结果为[0.35,0.45];而实际情况是,由于 $m_2(B)=[0.20,0.40]$,故 $m_2(A)$ 区间上界仅能取到 0.8,CDI 方法在添加约束条件 $m_2(A)+m_2(B)=1$ 后,得到了更为合理的结果. 同样,由于 $m_1(A)+m_1(B)=1$ 的限制,$m_1(A)$ 区间仅能从单点值 0.5 变化到[0.30,0.70],这也是 $m_1(A)$ 变化后期 CDI 合成结果保持恒定的原因. 在图 4 中可以看出,随 $m_1(A)$ 区间上界接近于 1,区间 DSm 合成结果在焦元 $A\cap B$ 上的赋值区间上界已为 1,此时,区间 DSm 方法基本失效.

例 4　两部雷达对同一目标的敌我属性进行识别的过程中,需要其分别给出判断,并通过合成得到最终结果.

首先构建辨识框架 $\Theta=\{A,B\}$,其中,A 表示"我方目标",B 表示"敌方目标",对于存在目标无法识别的情况,引入 $A\cup B$("敌或我方目标")表示. 然后将雷达对该目标分属"敌方"、"我方"的支持程度作为区间基本信度赋值,在表 2 中给出. 分别使用 CDI1 ~4 方法对证据进行合成. 同时,由于本例中 $A\cap B$ 表示的"既是敌方又是我方目标"情况并不存在,可判断此例为 Shafer 模型,各方法合成结果在表 3 中给出.

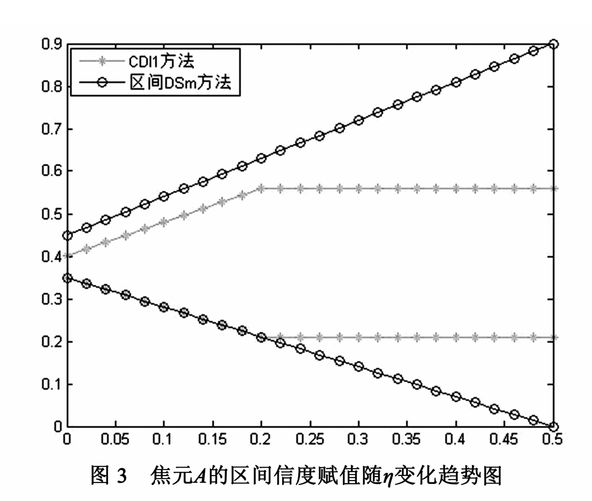


图 3 焦元A的区间信度赋值随η变化趋势图

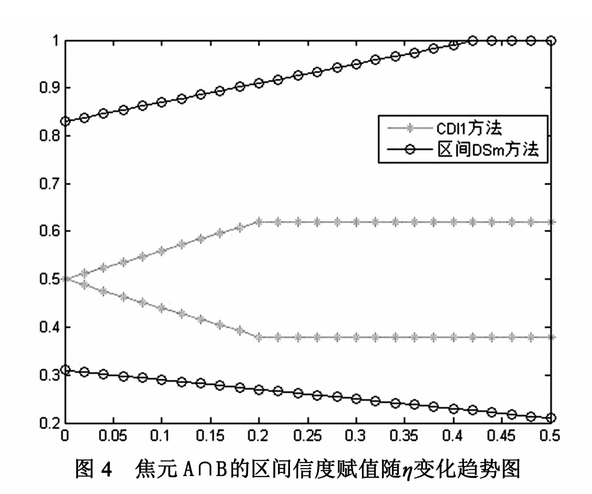


图 4 焦元 $A\cap B$的区间信度赋值随η变化趋势图

表 2 基本区间信度赋值

证据	A	B	$A\cup B$
m_1	[0.334,0.467]	[0.361,0.402]	[0.268,0.392]
m_2	[0.452,0.512]	[0.296,0.338]	[0.132,0.197]

表 3 区间合成结果

方法	A	B	$A\cup B$
CDI1 方法	[0.465,0.528]	[0.352,0.413]	[0.105,0.131]
CDI2 方法	[0.501,0.567]	[0.381,0.446]	[0.040,0.060]
CDI3 方法	[0.501,0.567]	[0.381,0.446]	[0.040,0.060]
CDI4 方法	[0.502,0.568]	[0.381,0.446]	[0.040,0.060]
Den!!ux 方法[3]	[0.481,0.583]	[0.355,0.444]	[0.056,0.088]
Wang 方法[5]	[0.492,0.565]	[0.362,0.432]	[0.058,0.083]

在本例中,总的冲突质量为 $m(A\cap B)$. CDI1 方法将其部分分配到焦元 $A\cup B$ 上,导致该方法获得的效果较差. CDI2 方法与 CDI3 方法得到了相同的结果,这是由于在 CDI3 方法中,唯一的冲突 $m(A\cap B)$ 仅在焦元 A,B 间分配一次,比例计算与 CDI2 方法相一致. 同时,对于"敌我目标未知"的情况 $A\cup B$,由于其未涉及冲突,这 4 种 CDI 方法采用了相同的处理方式. 与 CDI 方法相比,Den!!ux 方法由于优化步骤分开进行,得到的结果区间偏大,造成结果的精度降低,Wang 方法对此进行了改进,得到结果与本文方法相差不大.

例 5 在多传感器并发故障诊断应用中,由各传感器采集故障数据,再通过对其给出的结果进行信息融合,对系统故障状态进行判断.

假设辨识为 $\Theta=\{A,B,C\}$,表示三种单发故障,同时,系统内还可能存在故障 A 与故障 C,故障 B 与故障 C 两种并发故障,即存在 $A\cap C\neq\varnothing$,$B\cap C\neq\varnothing$. 由于数据存在缺失,两传感器给出的各故障模式下的信度赋值为区间值,见表 4. 合成结果在表 5 中给出.

表 4 基本区间信度赋值

证据	A	B	C
m_1	[0.032,0.099]	[0.412,0.487]	[0.505,0.593]
m_2	[0.075,0.104]	[0.623,0.691]	[0.325,0.478]

表 5 区间合成结果

方法	A	B	C
CDI1 方法	[0.005,0.014]	[0.269,0.306]	[0.187,0.207]
CDI2 方法	[0.007,0.019]	[0.289,0.327]	[0.164,0.185]
CDI3 方法	[0.007,0.019]	[0.289,0.327]	[0.164,0.185]
CDI4 方法	[0.008,0.018]	[0.288,0.326]	[0.164,0.185]
区间 DSm 规则	[0.002,0.010]	[0.244,0.337]	[0.164,0.303]
方法	$A\cap C$	$B\cap C$	$A\cup B$
CDI1 方法	[0.048,0.068]	[0.433,0.468]	–
CDI2 方法	[0.048,0.068]	[0.433,0.468]	–
CDI3 方法	[0.048,0.068]	[0.433,0.468]	–
CDI4 方法	[0.048,0.068]	[0.433,0.468]	–
区间 DSm 规则	[0.048,0.113]	[0.433,0.670]	[0.050,0.119]

本例中由于不存在故障 A 与故障 B 并发的情况,模型引入排斥性约束 $A\cap B=\varnothing$,为混合 DSm 模型,总的冲突质量即为 $m(A\cap B)$. 由于 CDI1 方法将其分配到未涉及到冲突的焦元 C 上,导致该方法得到的结果存在偏差. CDI2,3 方法得到的结果相同. 但其与 CDI4 有略微不同,精确到万分位后有所体现. 在对约束 $A\cap B=\varnothing$的处理上,区间 DSm 组合规则直接将其质量 $m(A\cap B)$传递到了焦元 $A\cup B$ 上,作为未知信息进行处理. 五种方法最终都得到了正确的诊断结果,即故障 B 与故障 C 并发.

例 6 已知辨识框架 $\Theta=\{A,B\}$,以 3 条证据给出的区间信度赋值函数(由 $m(A)$,$m(B)$与 $m(A\cup B)$组成)为一组数据进行一次合成,采用随机方法生成 15000 组数据进行运算,随机数据满足:(1)$a_i\leq m(X_i)\leq b_i$;(2)$\sum_{i=1}^{n}a_i\leq 1$,$\sum_{i=1}^{n}b_i\geq 1$;(3)$m(X_i)=0$,$X_i\notin\{A,B,A\cup B\}$.

表 6 给出了各方法的平均运算时间与融合精度. 为便于比较,在使用区间 DSm 方法进行合成时,向模型中加入约束条件 $A\cap B=\varnothing$. 选用 CDI4 方法得到的结果区间作为基准,以其他各方法所得区间的上下边界平均偏差对融合精度进行度量.

表 6　各区间证据合成方法量化比较

方法	运行时间/ms	$m_{123}(A)$		$m_{123}(B)$		$m_{123}(C)$	
		下边界偏差	上边界偏差	下边界偏差	上边界偏差	下边界偏差	上边界偏差
*CDI*1 方法	319.715	−0.047575	−0.041381	− −0.046847	−0.041789	0.070574	0.131370
*CDI*2 方法	332.669	−0.023626	0.023490	−0.023501	0.023610	0.000000	0.000000
*CDI*3 方法	341.867	−0.023626	0.023490	−0.023501	0.023610	0.000000	0.000000
*CDI*4 方法	350.214	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Wang 方法	315.872	−0.070669	0.062381	−0.070080	0.062717	0.046092	0.003224
区间 *DSm* 方法	48.226	−0.180015	−0.294647	−0.169181	0.043491	0.029793	0.817708

CDI1 ~ CDI4 方法运算时间是递增的,但差别不大.但 CDI 方法运行于 DSm 模型下,产生最大可能焦元集的计算量要高于运行在 Shafer 模型下的 Wang 方法;同时,在进行焦元比对时,由于$|D^{\theta}| > |2^{\theta}|$,也会造成计算量的增加. 区间 DSm 方法用时最短,其只在区间两端点处分别各进行一次合成,无求解最优化问题过程. 在对融合精度进行分析时,CDI1 方法融合精度最低,CDI2、CDI3 方法精度高于 CDI1 方法;Wang 方法得到的在焦元 A,B 上的融合精度好于区间 DSm 方法,略差于 CDI 方法;区间 DSm 方法在三个焦元上所得的结果偏差都是最大的,融合精度最低.

对算法的时间复杂度进行分析,CDI 方法的运算主要有三个步骤,即最大可能焦元集 D^{Θ} 的产生、证据间焦元的比对与冲突分配、最优化问题求解. 当辨识框架内元素个数为 n 时,产生 D^{Θ} 的时间复杂度为:$O_1(f(n)) = O(2^{2^n})$;第二步的时间复杂度与证据条数 k 及 D^{Θ} 中元素个数相关,即 $O_2(f(k,|D^{\theta}|)) = O(k! \cdot |D^{\theta}|^k)$;而求解约束优化问题的时间复杂度与设定的迭代次数 m 相关,即 $O_3(f(m)) = O(m)$. 由此可知,CDI 各方法运算时间复杂度相同,为 $O_{\mathrm{CDI}}(f(n,k,|D^{\theta}|,m)) = O(\max(2^{2^n}, k! \cdot |D^{\theta}|^k, m))$. 同时,Wang 方法的时间复杂度 $O_{\mathrm{Wang}}(f(n,k,|2^{\theta}|,m)) = O(\max(2^n, k! \cdot |2^{\theta}|^k, m))$,区间 DSm 方法的时间复杂度 $O_{\text{区间DSm}}(f(n,k)) = O(2^{k \cdot 2^n})$.

在 CDI1 ~ CDI4 方法的选择上,对运算时间不做要求的应用中,CDI4 方法由于融合精度最高应优先选用. 当焦元集中元素均与冲突有关时,CDI1 与 CDI2 方法会得到相同的结果,此时应选用 CDI1 方法可降低运行时间;当焦元集中仅有两焦元冲突时,CDI2 与 CDI3 方法得到结果相同,应选用 CDI2 方法,原因同上;否则,推荐使用 CDI3 方法,在运算时间与融合精度方面取得平衡.

6　结语

本文提出了 CDI1 ~ 4 共四种基于比例进行冲突分配的区间证据优化合成方法. 它们可同时适用于 DST 框架与 DSmT 框架. 有效地克服了目前区间信度组合方法面对高冲突证据失效的问题. 通过算例验证,结果表明 CDI 方法得到的结果合理,有效,具有良好的收敛性. 同时应注意到,目前针对精确信度结构合成过程中组合运算计算量过大问题的研究已展开[23,24],而 CDI 方法同样存在多焦元多证据条件下计算量大,合成困难的问题,有效地降低计算量将是未来的研究方向之一.

参考文献

[1] Lee E S, Zhu Q. An interval dempster – shafer approach [J]. Computers & Mathematics with Applications, 1992, 24 (7): 89 – 95.

[2] Denœux T. Reasoning with imprecise belief structures [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1999, 20 (1): 79 – 111.

[3] Denœux T. Modeling vague beliefs using fuzzy – valued belief structures [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 116 (2): 167 – 199.

[4] Smets P. Data fusion in the transferable belief model [A]. Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion [C]. IEEE, 2000. 21 – 33.

[5] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. On the combination and normalization of interval – valued belief structures [J]. Information Sciences, 2007, 177 (5): 1230 – 1247.

[6] 陈圣群,王应明. 区间值信念结构下冲突证据组合[J]. 系统工程理论与实践,2014,(1):256 – 261.
Chen Shengqun, Wang Yingmin. Conflicting evidence combination of interval-valued belief structures [J]. Systems Engineering Theory&Practice, 2014, (1): 256 – 261. (in Chinese)

[7] 康兵义,李娅,邓勇,等. 基于区间数的基本概率指派生成方法及应用[J]. 电子学报,2012,40(6):1092 – 1096.
Kang Yibing, Li Ya, Deng Yong, et al. Determination of basic probability assignment based on interval numbers and its application [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40 (6): 1092 – 1096. (in Chinese)

[8] Smarandache F, Dezert J. An introduction to DSm theory of plausible, paradoxist, uncertain, and imprecise reasoning for information fusion[J]. Octogon Mathematical Magazine, 2007, 15(2): 681 - 722.
[9] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
[10] Dubois D, Prade H. A Set-Theoretic View of Belief Functions[M]. Springer Berlin Heidelberg, 2008. 375 - 410.
[11] Smets P. Analyzing the combination of conflicting belief functions[J]. Information Fusion, 2007, 8(4): 387 - 412.
[12] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision support systems, 2000, 29(1): 1 - 9.
[13] Smets P, Kennes R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66(2): 191 - 234.
[14] Yager R R. On the dempster-shafer framework and new combination rules[J]. Information Sciences, 1987, 41(2): 93 - 137.
[15] Dubois D, Prade H. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures[J]. Computational Intelligence, 1988, 4(3): 244 - 264.
[16] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief function combination and conflict management[J]. Information fusion, 2002, 3(2): 149 - 162.
[17] Dezert J. Foundations for a new theory of plausible and paradoxical reasoning[J]. Information and Security, 2002, 9: 13 - 57.
[18] Smarandache F, Dezert J. Advances and Applications of DSmT for Information Fusion (Collected works)[M]. American Research Press, 2009.
[19] Dezert J, Smarandache F. Proportional conflict redistribution rules for information fusion[A]. Advances and Applications of DSmT for Information Fusion (Collected works second volume)[C]. Rehoboth, American Research Press, 2006, 3 - 66.
[20] Dambreville F, Celeste F, Dezert J, et al. Probabilistic PCR6 fusion rule[J]. Advances and Applications of DSmT for Information Fusion, 2009, 3: 137 - 160.
[21] Smarandache F, Deserts J. A simple proportional conflict redistribution rule[J]. Multispace & Multistructure. Neutrosophic Transdisciplinarity (100 Collected Papers of Science), 2010, 4: 304.
[22] Smarandache F, Dezert J. On the consistency of PCR6 with the averaging rule and its application to probability estimation[A]. 16th International Conference on Information Fusion[C]. IEEE, 2013, 1119 - 1126.
[23] 李新德,黄心汉,孟正大,等. 一种快速分层递阶 DSmT 近似推理融合方法(A)[J]. 电子学报, 2010, 38(11): 2566 - 2572.
Li Xinde, Huang Xinhan, Meng Zhengda, et al. A fast approximate reasoning method in hierarchical DSmT(A)[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(11): 2566 - 2572. (in Chinese)
[24] 李新德,杨伟东,吴雪建. 一种快速分层递阶 DSmT 近似推理融合方法(B)[J]. 电子学报, 2011, 39(A3): 31 - 36.
Li Xinde, Yang Weidong, Wu Xuejian, et al. A fast approximate reasoning method in hierarchical DSmT(B)[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(A3): 31 - 36. (in Chinese)

作者简介



孙伟超 男,1986 年生于山东烟台. 海军航空工程学院电子信息工程系博士研究生. 研究方向为复杂装备故障诊断.
E-mail: ben_phoenix@163.com

许爱强 男,1963 年生于山东青岛. 海军航空工程学院电子信息工程系教授. 研究方向为军用电子装备故障诊断.
E-mail: xuaq6342@yahoo.com.cn